

Laboratórios de Matemática para o ensino, uma metáfora produtiva

Ontem e hoje,
tanto para alunos
como para professores

Luc Trouche

luc.trouche@inrp.fr



INSTITUT NATIONAL
DE RECHERCHE
PÉDAGOGIQUE



HTEM 5 - V Colóquio de História e Tecnologia no Ensino da Matemática
Recife, Brasil, de 25 a 30 de julho de 2010

Agradeço a Franck Bellemain pelo convite, a Ana Paula Jahn pela tradução dos slides e a Patrick Chevin pela tradução...

S₂HEP (Sciences, société, historicité, enseignement, pratiques), université de Lyon

A equipe EducTice no jardim do INRP (Lyon)



Sobre o que vou falar...

- 1) Laboratórios de Matemática, uma metáfora antiga, frequentemente revisitada
- 2) Não há laboratórios sem recursos: problemas, objetos, máquinas
- 3) Não há laboratórios sem reorganização profunda de currículos, o caso da prova prática do « *baccalauréat* » na França
- 4) Não há atividade rica de alunos sem atividade rica de professores, o caso do Labomep (Sésamath) na França

Uma metáfora antiga...



« O ideal do laboratório de Matemática seria, por exemplo, uma oficina de marcenaria e o mestre seria um carpinteiro.

Sob a direção do professor de Matemática, aconselhados pelo mestre, os alunos trabalhariam em pequenos grupos na confecção de modelos e aparelhos simples.

Se tivéssemos um torno, eles poderiam construir superfícies de revolução com polias e cordas, eles fariam experiências de Mecânica, verificariam de forma concreta o paralelogramo de forças, etc.

Teria em um canto uma balança de mercearia, água e alguns recipientes permitiriam que os alunos trabalhassem, com dados concretos, os problemas clássicos de vazão. »

(Borel, 1904)

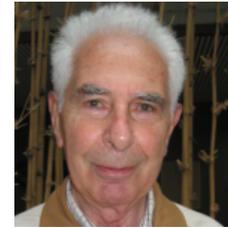
... frequentemente revisitada



- « Muitas escolas dedicaram longas discussões sobre o papel que deve ser atribuído às considerações de ordem prática e experimental:
- No ensino elementar, pode-se mencionar, por exemplo, as dobraduras de papel, os trabalhos ao ar livre, utilização de instrumentos simples para medir, a geometria da observação, etc. o cálculo prático e aproximado (uso de tabuadas, etc.), a questão geral de gráficos em Álgebra, a utilização mais generalizada de papel quadriculado...
 - Falou-se nesses últimos anos dos *laboratórios de matemática*. O que foi feito nesse sentido e quais são os resultados? »

(ICMI, 1908)

... para reformar o ensino



« As escolas de Ensino Médio poderiam acomodar laboratórios de ciência matemática ao lado dos laboratórios de ciências físicas. Alunos e professores encontrariam ali documentação, recursos informáticos, software ... que poderiam constituir oficinas. Poderiam ser reservados horários para a formação continuada de professores.

Estas propostas parecem ambiciosas e razoáveis. Ambiciosas pois implicam evoluções de todos aqueles que atuam no sistema educativo. Razoáveis porque os professores de Matemática hoje estão abertos à mudança.

Existe entre a Matemática e a Informática uma solidariedade fundamental baseada na história (Turing, Von Neumann) e nas práticas atuais... »

(Kahane, 2000)

... com definições variadas

- 1) *A room*, equipped with some material: computers, books, and all kinds of objects that can be used for mathematical experiments or constructions [...]; the first thing to think about, a good set of *open activities* to propose to the children. The main feature of laboratories is that they should *feel free*, not under pressure. For the teachers also, math. laboratories are a field of experimentation, *out of any curriculum* (Barbeau & Taylor, 2006).
- 2) A math. laboratory is [...] a *structured set of activities aiming to construct meanings* for mathematical objects, [...] showing similarities with the concept of Renaissance workshops where apprentices *learned by doing and watching what was being done, communicating* with one another and with the experts (Anichini *et al.* 2003)

... E hoje?

Google [Recherche avancée](#) [Préférences](#)

Rechercher dans : Web Pages francophones Pages : France

Web Résultats 1 - 10 sur un total d'environ 138 000 pour laboratoires de mathématiques lycée / lycée sec

[ÉduSCOL - Mathématiques/Ressources](#)
Ressources pour le lycée. Classe de seconde générale et technologique ... nouvelles du programme de mathématiques-informatique de la classe de première L, ...
eduscol.education.fr/D0015/LLPHAG00.htm - [En cache](#) - [Pages similaires](#)

[PDF] [Les laboratoires de mathématiques](#)
Format de fichier: PDF/Adobe Acrobat - [Version HTML](#)
Le laboratoire de mathématique du lycée Alphonse Daudet de ... www.eduscol.education.fr
- [Laboratoire de mathématiques du lycée A. Daudet de Nîmes œ page 1 ...](#)
eduscol.education.fr/D0015/labo_maths_Nimes.pdf - [Pages similaires](#)

[+ Plus de résultats de eduscol.education.fr](#)

[Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques ...](#)
Les laboratoires de mathématiques. Il s'agirait de créer, dans tous les lycées et collèges, des laboratoires de mathématiques semblables aux laboratoires de ...
smf.emath.fr/Enseignement/.../RapportsCommissionKahane.pdf - [Pages similaires](#)

[PDF] [des chercheurs et un laboratoire de mathématiques dans un lycée](#)
Format de fichier: PDF/Adobe Acrobat - [Afficher](#)
laboratoire de mathématiques dans un lycée par Jean-Claude Oriol. La rupture que l'on constate entre la ... lycée un laboratoire de mathématiques. Il me ...
mathenjeans.free.fr/amej/edition/actes/.../93219220.pdf - [Pages similaires](#)

Iniciativas institucionais

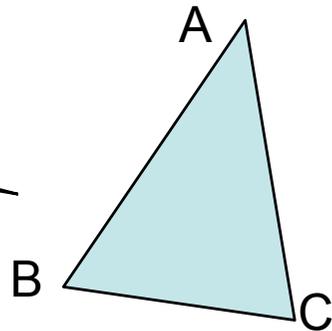
Iniciativas pessoais apoiadas por instituições

Iniciativas de sociedades científicas

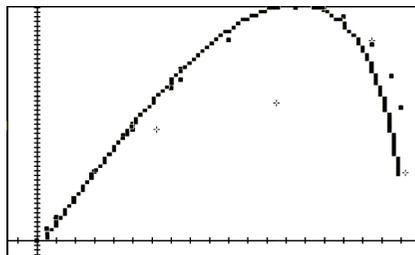
Iniciativas de associações específicas

Não há laboratório sem recursos...

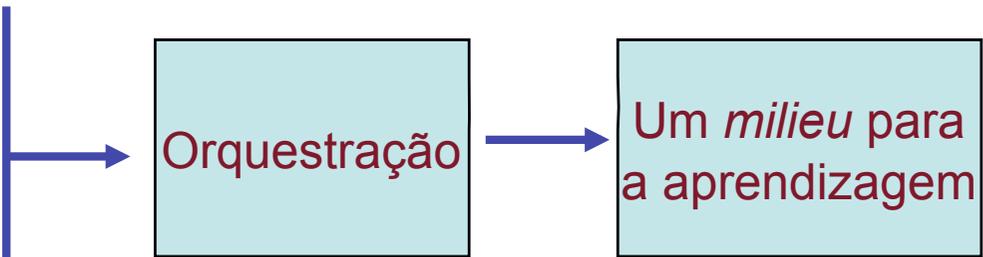
Um problema



Objetos matemáticos

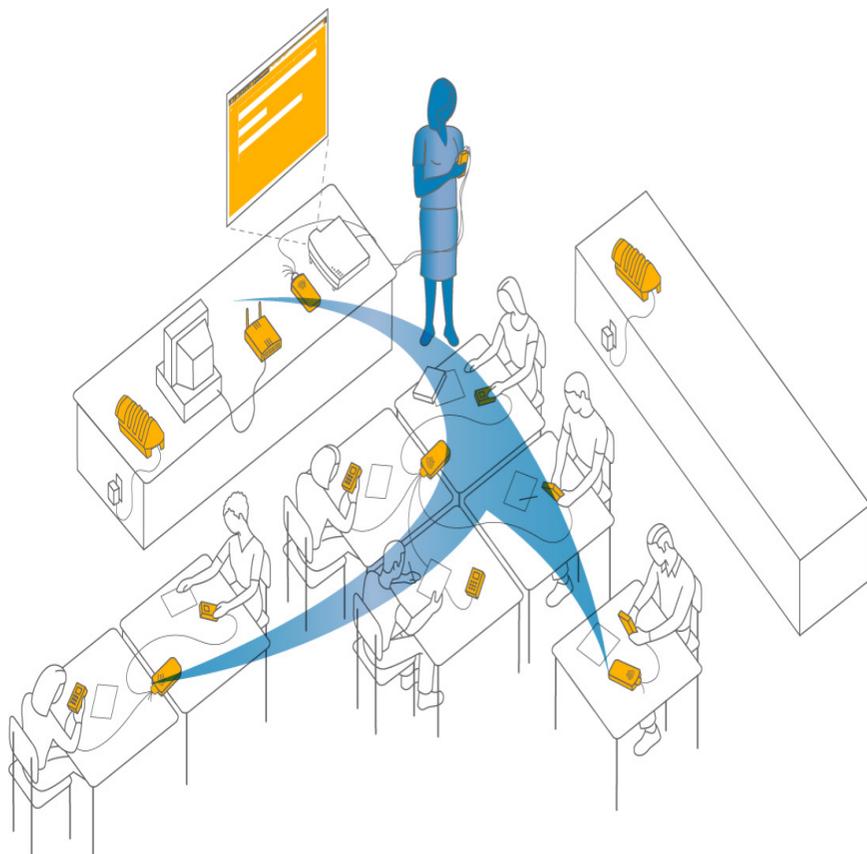


Máquinas



Orquestração: configurações didáticas e modos de exploração pensados *a priori*, geradas na atividade da sala de aula, repensadas *a posteriori*.
(Trouche & Drijvers, no prelo)

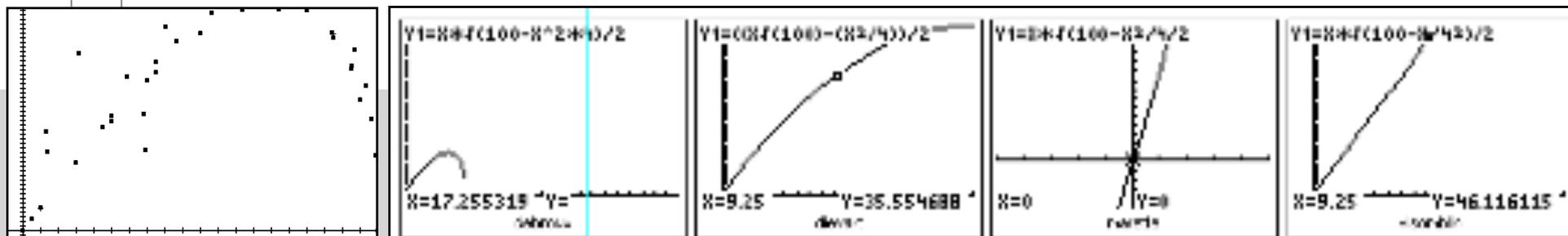
Não há laboratório sem recursos...



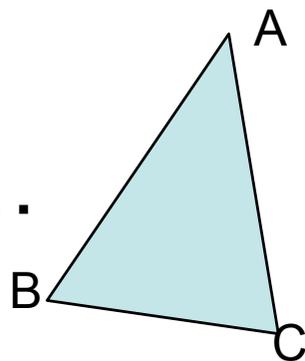
Novos meios para apoiar o trabalho coletivo

Calculadoras em rede, permitindo ao professor explorar diferentes configurações:

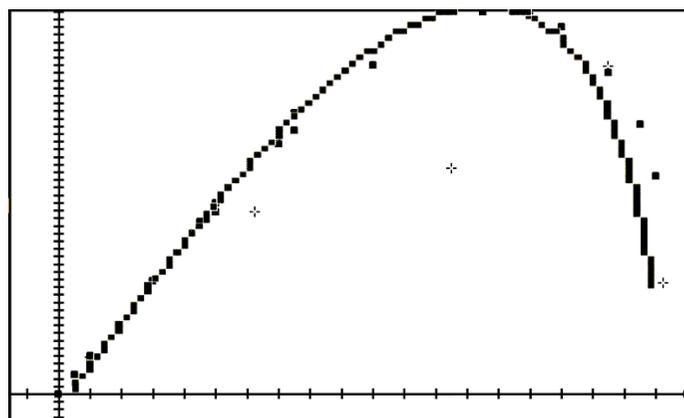
- exibir todos os dados experimentais dos alunos em um mesmo sistema de eixos;
- comparar os gráficos obtidos pelos alunos em uma mesma tela.



Um exemplo...



$$\frac{x}{2} \sqrt{100 - \frac{x^2}{4}}$$

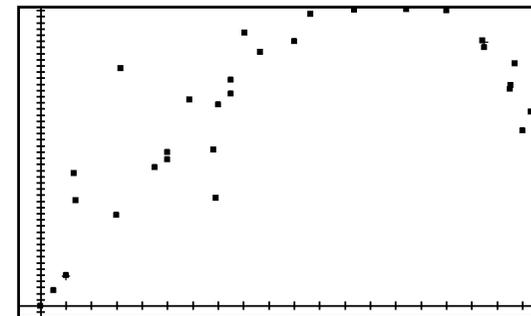


AB = AC = 10 cm, qual a área do triângulo ABC?

- ✓ Objetivo: o conceito de função (área em função de BC);
- ✓ Manipulação de ferramentas « antigos » (régua, compasso)
- ✓ Envio de dados para a tela;
- ✓ Um objeto se constitui, criação coletiva;
- ✓ Inúmeros problemas (imprecisão de medidas ou erros de cálculo, curva ou nuvem de pontos...);
- ✓ Co-elaboração de uma fórmula matemática matemática que modeliza o problema dado.

(Arcavi & Hadas 2000, Hoyles *et al.* 2009)

Um exemplo...

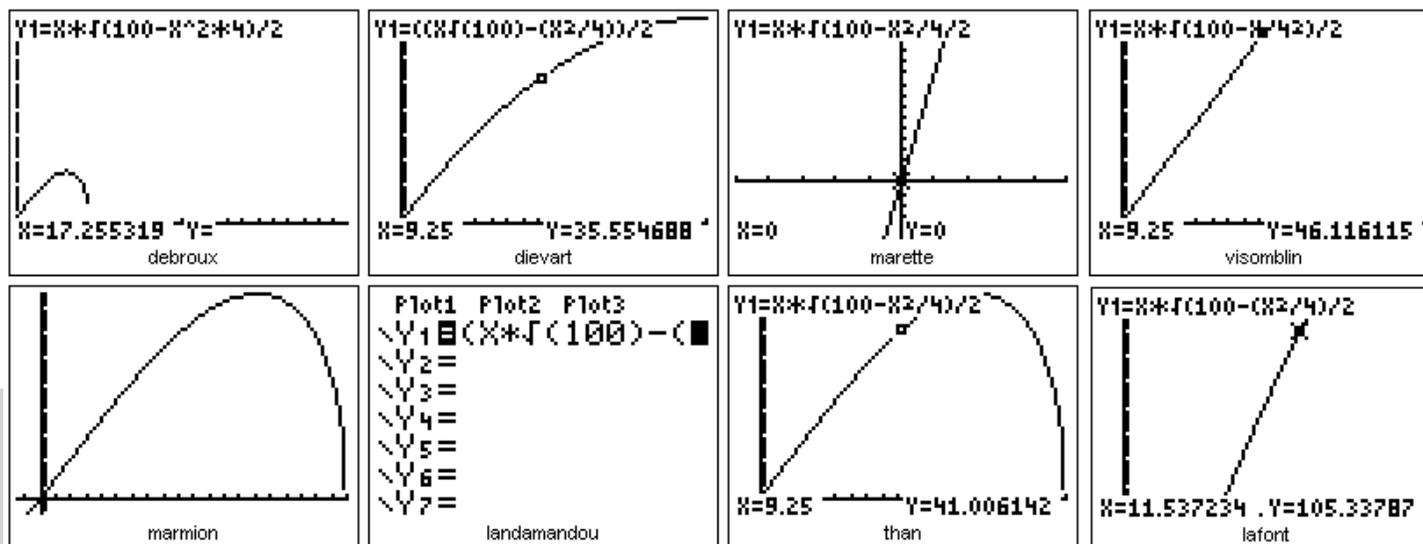


Escolhas didáticas complexas para o professor:

- ✓ exibir, ou não, os nomes dos alunos autores;
- ✓ informar, ou não, a janela a ser escolhida para o gráfico;
- ✓ como gerenciar a discussão (o debate científico), tirando as significações?

Uma análise *a posteriori* reveladora

Uma viabilidade assegurada pelo *interesse institucional* e o *trabalho colaborativo* dos professores



Evoluções institucionais...

O Ministério francês experimenta, desde 2007, uma prova prática de Matemática no « *baccalauréat* »

« O objetivo da prova é avaliar as competências dos alunos na utilização de calculadoras e softwares específicos em Matemática. Trata-se de avaliar nos alunos, a capacidade de mobilizar as tecnologias da informação e da comunicação para o ensino (TICE) para resolver um problema matemática

Os temas propostos aos candidatos são exercícios de Matemática nos quais a utilização das TICE (calculadoras gráficas programáveis, computadores e softwares específicos, softwares livres de preferência, planilhas, geometria dinâmica, CAS) intervêm de maneira significativa na resolução do problema proposto. »

(MEN, 2007)

Um exemplo...

Seja uma função definida sobre \mathbb{R} por: $f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 4}$.

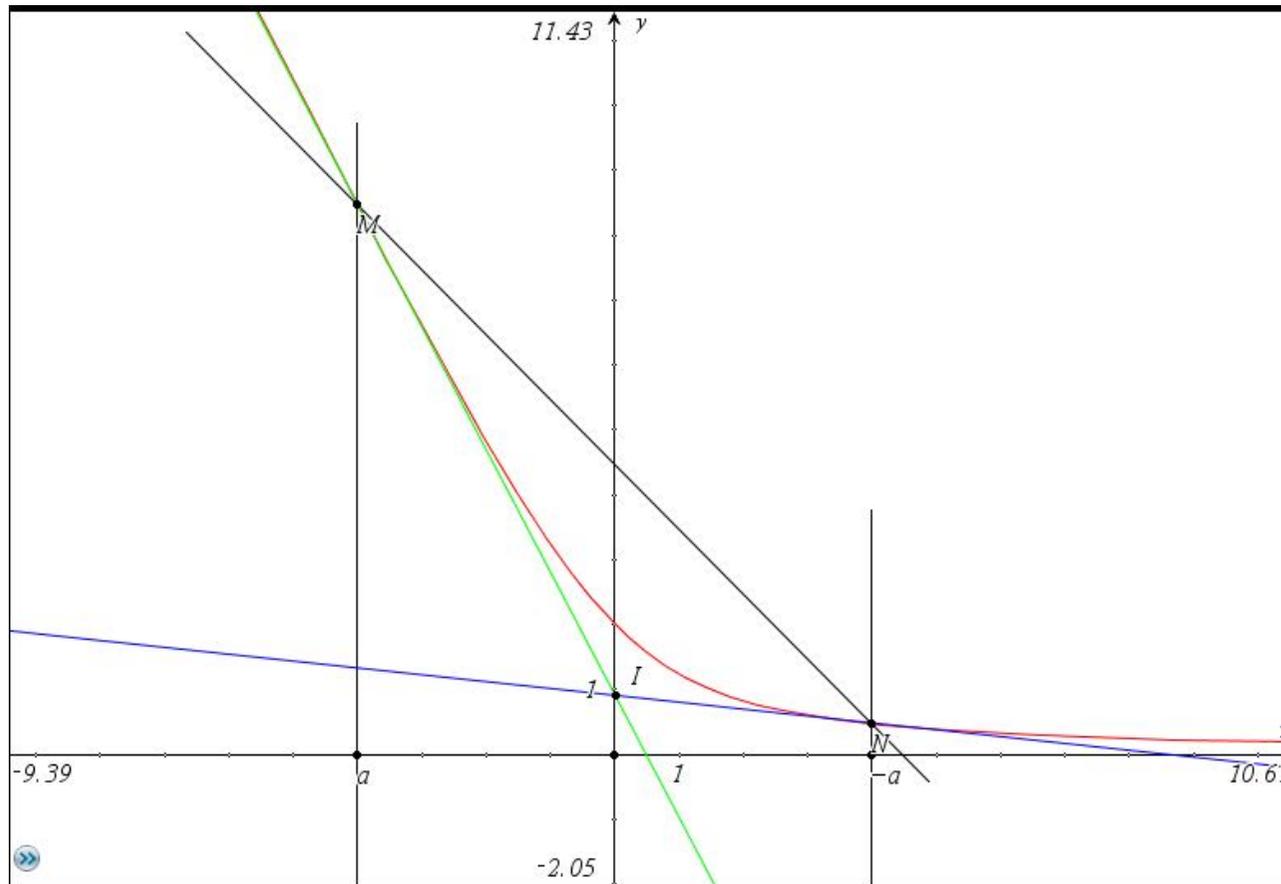
Nota-se C sua curva representativa num sistema ortogonal

Seja a um real qualquer, M e N os pontos de C de abcissas respectivas a e $-a$.

- 1) Construir a curva com o auxílio de um software de sua escolha, *chamar o examinador para verificação.*
- 2) Variar a e formular conjecturas relativas, respectivamente, à reta MN e à intersecção I das tangentes à C em M e N . *Chamar o examinador para verificação das conjecturas.*
- 3) Determinar em função de a as coordenadas dos pontos M e N . Justificar as conjecturas enunciadas na questão 2.

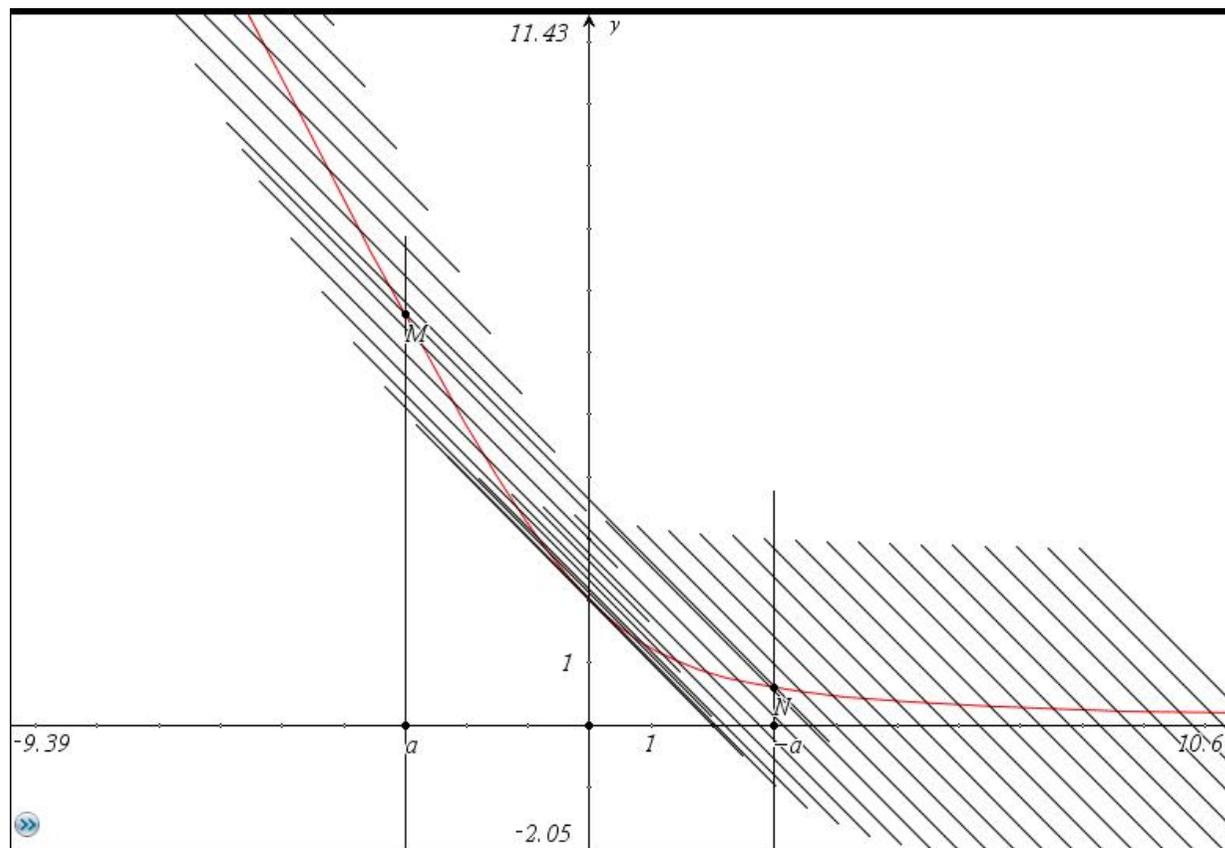
Um exemplo...

$$f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 4}$$



Um exemplo...

$$f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 4}$$



Avaliação institucional...

« A prova induz uma relação diferente dos alunos com a Matemática (atividade experimental, várias tentativas possibilitadas pelo uso das TICE, conjecturas necessárias...)

Ela induz também processos de ensino diferentes, dando mais importância ao processo de investigação

Ela coloca em jogo uma avaliação diferente, considerando a atividade do aluno mais que seu resultado

A generalização desse tipo de prova deve fazer evoluir o ensino de Matemática » (Fort, 2007)

E ainda assim... Nenhuma generalização prevista antes de 2013!

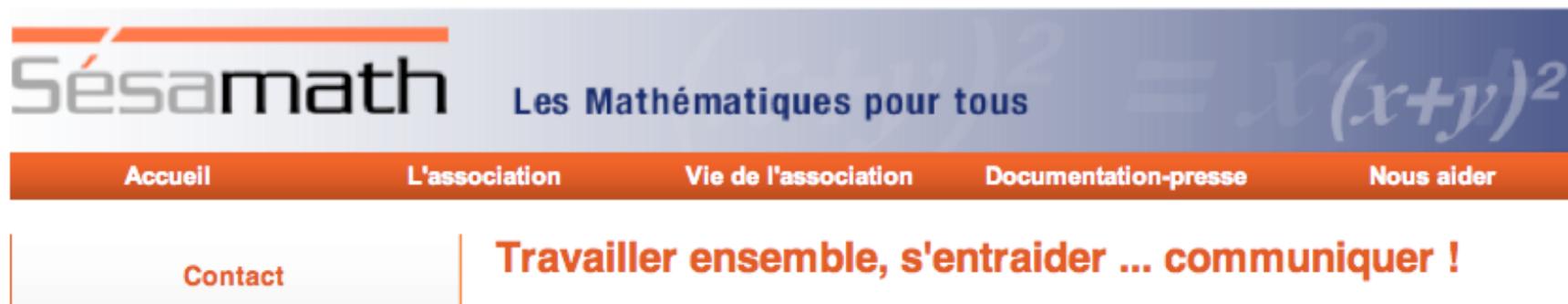
Dificuldade de evoluções que tocam os pontos sensíveis do ensino de Matemática...

Não há laboratórios para os alunos sem laboratórios para os professores...

Sésamath (<http://www.sesamath.net/>, uma recente associação de professores de Matemática (2001)...

... um crescimento muito rápido (100 membros, 5000 professores em grupos de projeto, 100.000 conexões por dia)...

... uma filosofia do doar, do dividir e do serviço público



The image shows the header and navigation menu of the Sésamath website. The header features the Sésamath logo on the left, the tagline "Les Mathématiques pour tous" in the center, and a faint mathematical formula $x^2 + (x+y)^2$ on the right. Below the header is a navigation bar with five items: "Accueil", "L'association", "Vie de l'association", "Documentation-presse", and "Nous aider". Below the navigation bar is a "Contact" link and a large orange button with the text "Travailler ensemble, s'entraider ... communiquer !".

Não há laboratórios para os alunos sem laboratórios para os professores...

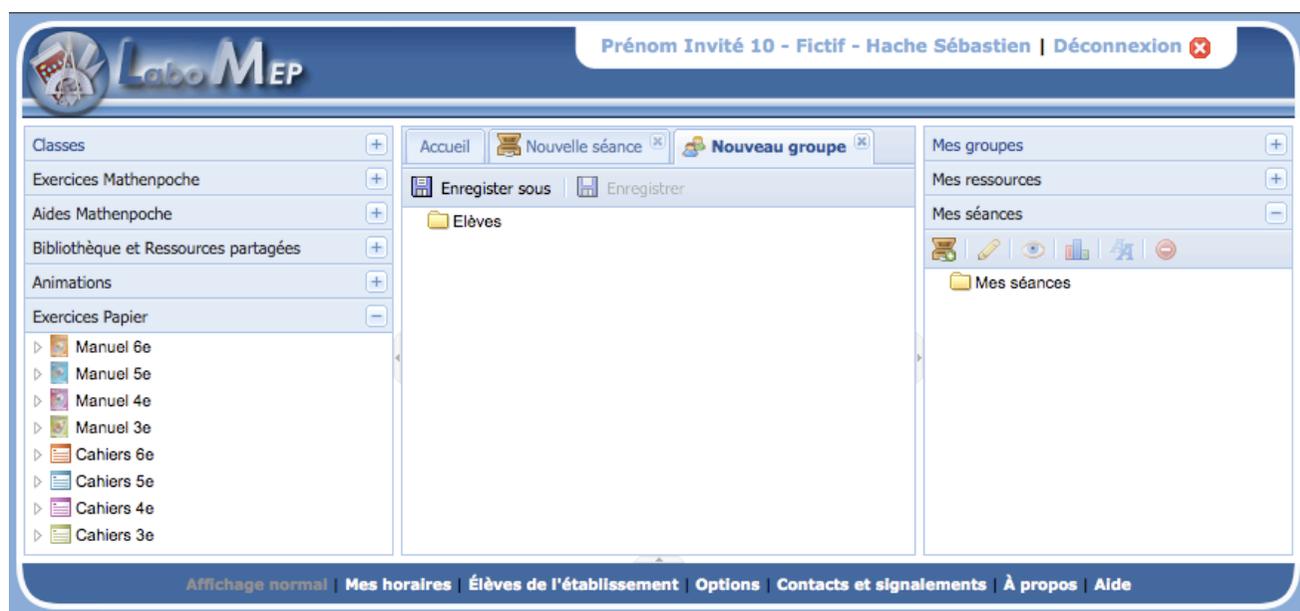
Mathenpoche: um dos projetos de destaque da associação, centenas de exercícios que podem ser baixados livremente, que podem ser comentados ou enriquecidos...



The screenshot shows the Mathenpoche website interface. At the top, there is a blue header with the Mathenpoche logo on the left and the text "Accès directs : 6^e | 5^e | 4^e | 3^e | CAP | 2^{nde}" on the right. Below the header, there is a navigation bar with the text "Je soutiens Sésamath :" followed by an input field for "Mon email" and an "OK" button. The main content area is divided into two columns. The left column contains a paragraph of text: "Mathenpoche est un logiciel gratuit composé de centaines d'exercices de mathématiques : activités de découverte, de démonstration, exercices d'application, travaux de synthèse... Il est développé par des professeurs de mathématiques en exercice et diffusé par l'association Sésamath." The right column contains a vertical menu with the following links: "Accueil", "Utiliser en ligne", "Téléchargements", and "Version réseau".

Não há laboratórios para os alunos sem laboratórios para os professores...

LaboMep: uma interface « laboratório » de concepção, experimentação, compartilhamento de recursos, a partir do banco inicial do Mep (*Math en poche*), uma versão adaptada para trabalhar em rede na sala de aula.

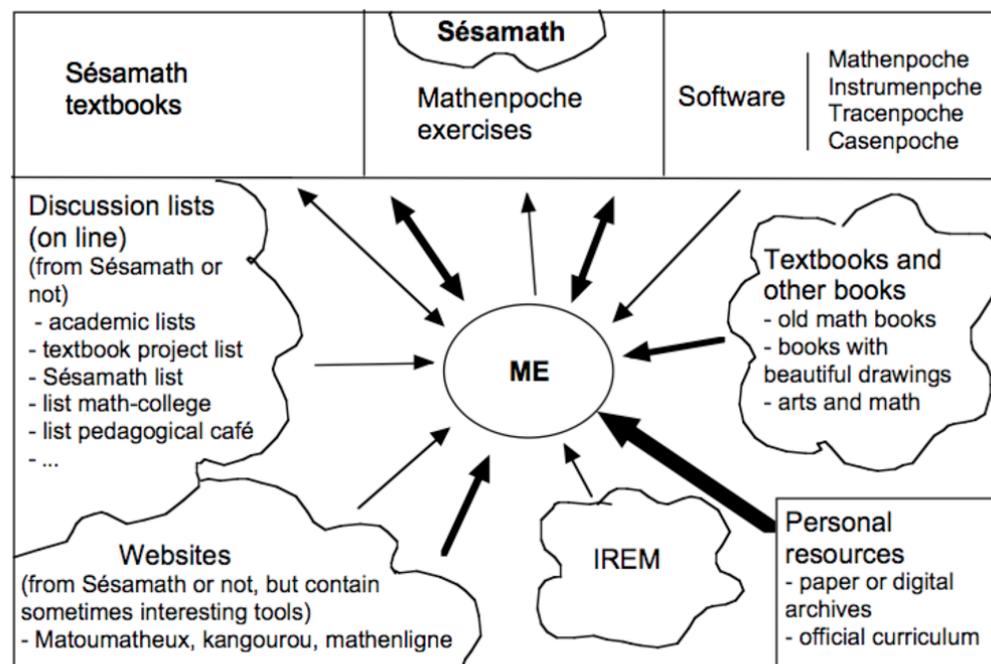


O trabalho do professor Pierre

Recursos pessoais = recursos do Sésamath

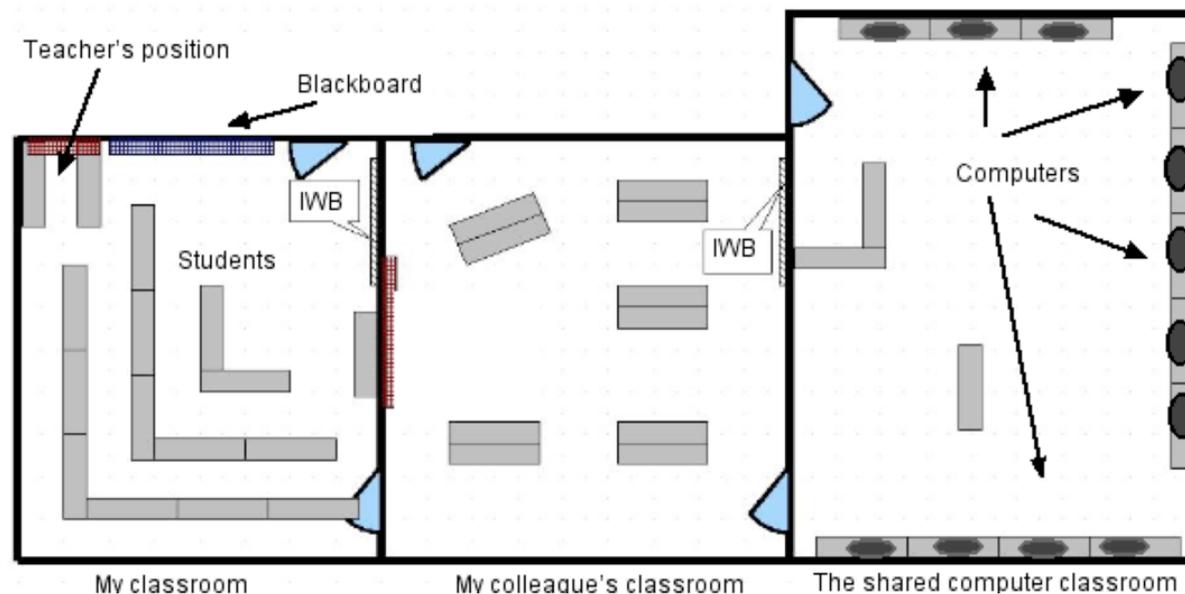
Recursos em permanente discussão na comunidade

Recursos « vivos »



A sala de aula do professor Pierre

Uma reorganização do espaço e das relações entre professores, alunos e ferramentas (quadro negro, lousa inteligente, softwares, recursos da *Internet...*)



Os alunos do professor Pierre



Usar o Google para fazer uma multiplicação...

Busca-se o resultado de uma multiplicação da mesma forma que se busca o número de habitantes de São Paulo

O paradigma da rede substitui o paradigma da flecha

3,35*5,7 - Recherche Google

Web [Images](#) [Maps](#) [Actualités](#) [Vidéo](#) [Gmail](#) [plus](#) ▼

Google [Recherche avancée](#)
[Préférences](#)

Rechercher dans : Web Pages francophones Pages : France

Web

 **3,35 * 5,7 = 19,09500**

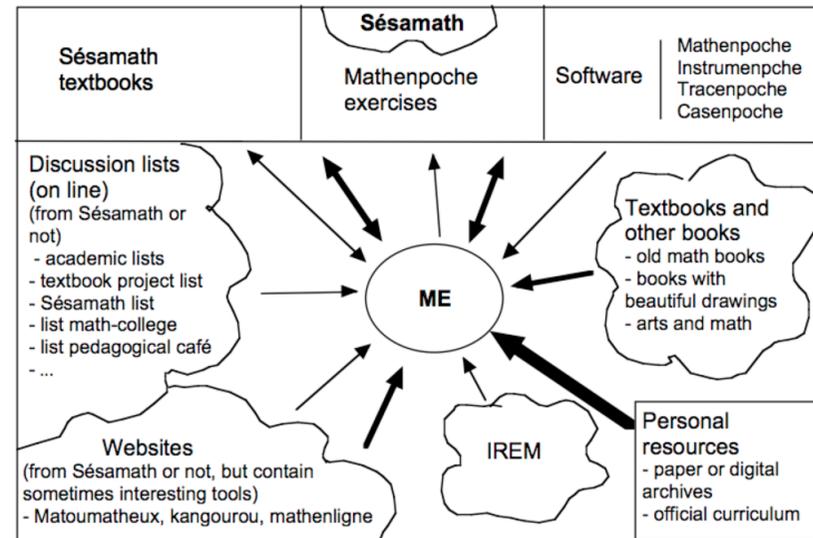
[Plus d'infos sur la fonction calculatrice.](#)

Rechercher les documents contenant les expressions [3,35*5,7.](#)

Accueil Google - Programmes de publicité - Solutions d'entreprise -

Novas questões...

Recursos...



3,35*5,7 - Recherche Google

Web [Images](#) [Maps](#) [Actualités](#) [Vidéo](#) [Gmail](#) [plus](#) ▼

Google [Recherche avancée](#)
[Préférences](#)

Rechercher dans : Web Pages francophones Pages : France

Web

3,35 * 5,7 = 19,09500

[Plus d'infos sur la fonction calculatrice.](#)

Rechercher les documents contenant les expressions [3,35*5,7](#).

Accueil Google - Programmes de publicité - Solutions d'entreprise -

Recursos: nota de tradução

Em Francês (vs Inglês)	Em Português (vs Espanhol)
Source	Fontes
Ressource (= re-source)	Recursos

Esso significa: "regenerar",
"recarregar", "realimentar".

Professor reúne recursos em um processo contínuo de regenerar

A qualidade dos recursos

Em uma situação de abundância de recursos, garantir a qualidade através de repertórios garantidos institucionalmente ou repertórios “vivos”, enriquecidos e validados por comunidades de usuários?

O exemplo do projeto
InterGeo

<http://i2geo.net>

(Trgalova *et al.* 2009)

The screenshot shows the homepage of the I2G (Interoperable Interactive Geometry for Europe) project. The header features the I2G logo and the text "Interoperable Interactive Geometry for Europe". Below the logo is a login form with fields for "login name" and "password", a "Go »" button, and a "Remember Me" checkbox. To the right of the login form is a "Faça-se Membro" (Become Member) button and a search bar with the placeholder text "pesquisa...". The main navigation menu includes "HOME", "PESQUISAR", "CONTRIBUIR", "COLABORAÇÃO", "AJUDA", and "PROJECTO INTERGEO". The "TABLE OF CONTENTS" section highlights "WebHome". The "WATCH I2GEO GROW" section displays statistics: Recursos: 2531, Membros: 794, Grupos: 17, and a link to "Associe-se!". The "THE INTERGEO EU PROJECT" section provides information about the project and lists links for "O que é o Intergeo?" and "Quem é quem no Intergeo?". The "RECURSOS EM DESTAQUE" section features a grid of geometric diagrams and a link to "Euler's Line and the 9 Points Circle". The "GRUPOS EM DESTAQUE" section highlights the "IREM-INRP Academie de Lyon". The footer includes the "I2GEO NEWS" section and the INRP logo.

A qualidade dos recursos

Em uma situação de abundância de recursos, garantir a qualidade através de repertórios garantidos institucionalmente ou repertórios “vivos”, enriquecidos e validados por comunidades de usuários?

O exemplo do projeto
InterGeo

<http://i2geo.net>

(Trgalova *et al.* 2009)

Euler's Line and the 9 Points Circle



Euler's Line and the 9 Points Circle



Contributed By: Santiago Egido



(5 reviews, last on 2010-03-20)

Content

Information

Comments (0) & Reviews (5)

This applet lets you modify a triangle and draws its Euler's line and 9 Points Circle.

Show Files

Open or Download This File: ⓘ

EulersLineandthe9PointsCircle.zip (34kb)

Download



INSTITUT NATIONAL
DE RECHERCHE
PÉDAGOGIQUE

Finalmente...

As TIC (em particular os recursos *on-line*), novos meios para os laboratórios de Matemática.

Articular antigas e novas tecnologias (Maschietto et Trouche, 2010)

Articular novas formas de trabalho dos alunos e novas formas de trabalho do professor.

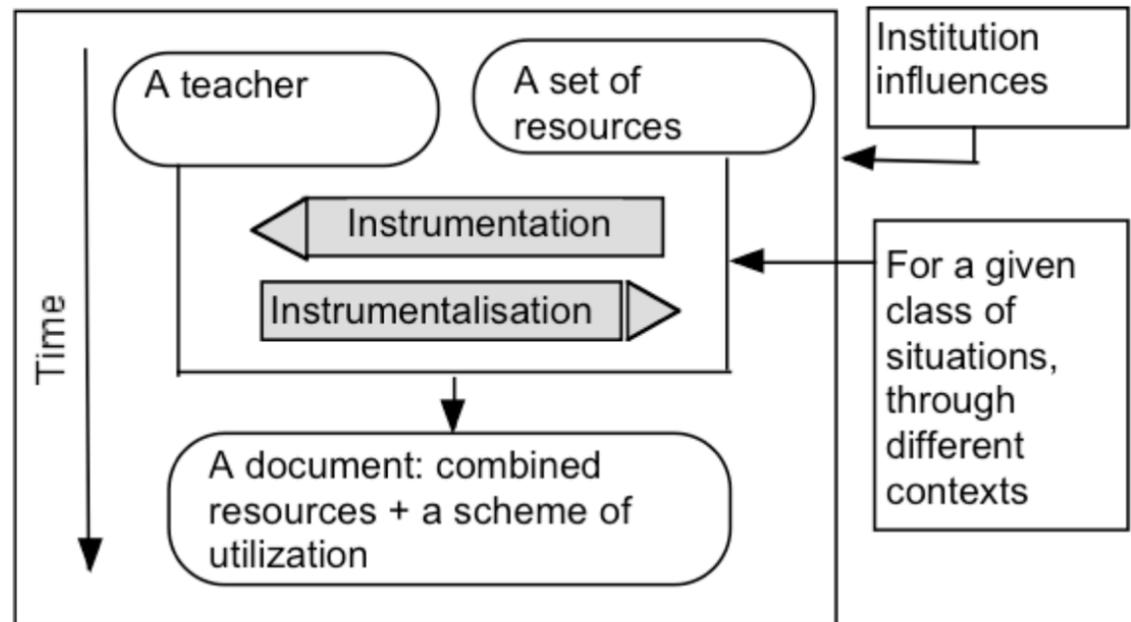
Articular a mudança de cima (currículo, avaliações) e a mudança pelos professores (colaboração entre seus pares).

Para a pesquisa, pensar mais nos processos de *design* de recursos « vivos » (Gueudet et Trouche, 2010) e nos aspectos coletivos do desenvolvimento profissional de professores.

Uma nova abordagem teórica

Considerar o trabalho dos professores com os *recursos*, individual e coletivamente, dentro e fora da sala de aula (Adler 2000)

Distinguir os *recursos* dos quais o professor se apropria e o resultado dessa apropriação: o *documento*, entidade mista, amálgama de recursos e conhecimentos (Gueudet & Trouche, 2010)



Uma abordagem *documental* do didático

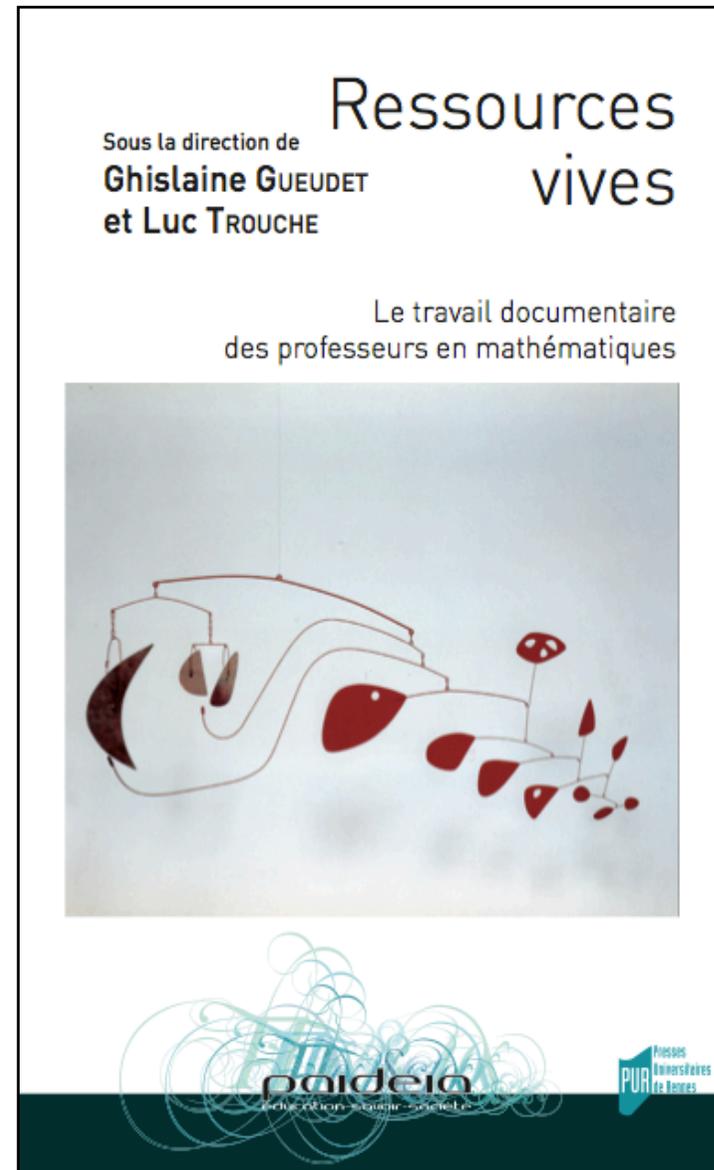
http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/approche_documentaire

Uma referencia

Gueudet, G., & Trouche, L. (eds.)
(2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR et Lyon : INRP

(J. Adler, Y. Chevallard, M.A. Mariotti, J. Remillard, K. Ruthven, C. Winslow...)

Gueudet, G., Pepin, B., & Trouche, L. (eds.) (2011). *Mathematics curriculum material and teacher documentation: from textbooks to « lived » resources*, Springer (closing reaction: D.L. Ball)



Colaboração franco-brasileira

Projeto CAPES-COFECUB (2009-2011)

Estudo do professor e de sua atividade matemática: concepções e recursos em e para sua atuação profissional

<http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/projets/capes-cofecub/>

Responsável: Licia Maia (Brasil), Luc Trouche (França)

Um primeiro relatório de pesquisa (2010) abre novas questões sobre:

- *as representações sociais* de professores de Matemática,
- *as decisões didáticas* de professores,
- *os conteúdos dos recursos* para ensinar Matemática,
- *a transição* entre o Ensino Médio e a Universidade.

Diferenças entre a França e o Brasil que esclarecem as possíveis mudanças e as condições para estas mudanças.

Concluindo...



Claude Lévi-Strauss 1908-2009

« Às 5h30 da manhã, entrávamos no porto de Recife enquanto aglomeravam-se gaivotas e uma frota de vendedores de frutas exóticas... »

C. Lévi-Strauss, 1955, *Tristes Trópicos*



Mas já sabemos que fração alguma da humanidade não pode ser compreendida, a não ser por referência a todas as outras...
C. Lévi-Strauss, 2005



INSTITUT NATIONAL
DE RECHERCHE
PÉDAGOGIQUE

Referências

- Anichini, G., Arzarello, F., Ciarrapico, L., & Robutti, O. (2003), *Matematica 2001. La matematica per il cittadino. Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica*. LUCCA: Matteoni Stampatore
- Arcavi, A., & Hadas, N. (2000), Computer mediated learning, an example of an approach, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5, 25-45.
- Barbeau, E., & Taylor, P. J. (2008), *Challenging mathematics in and beyond the classroom: the 16th ICMI study*. New York: Springer.
- Borel, E. (1904), *Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire*, en ligne http://smf.emath.fr/Publications/Gazette/2002/93/smf_gazette_93_47-64.pdf
- Fort, M. (2007), Rapport sur l'expérimentation d'une épreuve pratique de mathématiques au bac S, MEN, en ligne <http://educmath.inrp.fr/Educmath/en-debat/epreuve-pratique/rapportep>
- Gueudet, G., & Trouche, L. (eds.) (2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR et Lyon : INRP http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/approche_documentaire/Livre
- Hoyles, C., Kalas, I., Trouche, L., Hivon, L., Noss, R., & Wilensky, U. (2009), Connectivity and Virtual Networks for Learning, in C. Hoyles, & J.-B. Lagrange (eds.), *Mathematical Education and Digital Technologies: Rethinking the terrain* 439-462, New York: Springer.
- ICMI (1908), Les tendances modernes de l'enseignement des mathématiques, *L'enseignement mathématique*, 10, 454-456, <http://www.unige.ch/math/EnsMath>
- Kahane, J.-P. (dir.) (2000), *Informatique et enseignement des mathématiques*, en ligne <http://smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane/RapportInfoMath/RapportInfoMath.pdf>
- Maschietto, M., & Trouche, L. (2010), Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view: the productive notion of mathematics laboratories, *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 42(1), 33-47, <http://www.springerlink.com/content/48045470220u4073/> .
- Ministère de l'Éducation Nationale (MEN) (2007), *L'épreuve pratique du baccalauréat de la série scientifique*, en ligne http://eduscol.education.fr/D1115/epr_pratique_presentation.htm
- Trgalova, J., Jahn, A.P, & Soury-Lavergne, S. (2009). Quality process for dynamic geometry resources: the Intergeo project, in V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello, *Proceedings of CERME 6*, 1161-1170, INRP, <http://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/cerme6/working-group-7>
- Trouche, L., & Drijvers, P. (to appear), Handheld technology for mathematics education: flashback into the future, *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*

